



فصل چهارم- توابع هذلولوی

در این کاربرد توابع هذلولوی را به طور مختصر معرفی می‌کنیم. توابع مثلثاتی روی دایره واحد تعریف می‌شدند. به عبارت دیگر داریم $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$ و در نتیجه $(\cos t, \sin t)$ روی دایره واحد هستند. توابع هذلولوی روی هذلولی $x^2 - y^2 = 1$ تعریف می‌شوند. ابتدا توابع هذلولوی را تعریف می‌کنیم.

تعریف ۱. تابع سینوس هذلولوی $\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ و تابع کسینوس هذلولوی $\cosh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$
$$\cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$$

دقت کنید که \cosh یک تابع زوج و \sinh یک تابع فرد است.

فعالیت ۱

الف) نشان دهید $\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1$.

ب) مشتق $\sinh t$ و $\cosh t$ را بدست آورید.

ج) نمودار $\sinh t$ و $\cosh t$ را رسم کنید.

مانند توابع مثلثاتی، تعریف می‌کنیم

$$\tanh t = \frac{\sinh t}{\cosh t}, \quad \coth t = \frac{\cosh t}{\sinh t}$$
$$\operatorname{sech} t = \frac{1}{\cosh t}, \quad \operatorname{csch} t = \frac{1}{\sinh t}$$

فعالیت ۲. مشتق توابع \tanh ، \coth ، sech و csch را بدست آورید و نمودار آنها را رسم کنید.